ossia

df . 5/
dv
df *d u* * *dv*
du

~ *du*

Se assumiamo, con RIEMANN, come carattere distintivo delle nuove funzioni, quello di avere una derivata unica, indipendente dalla direzione j—, dovremo porre

ossa

: -i- = x, *U:* x, /,
dv

La proprietà caratteristica delle funzioni / di *w* è tutta contenuta in questa equazione, la quale può scriversi nei due modi seguenti :

u *du* *àv* *dv*

Elevando al quadrato ambedue i membri di una di queste equazioni, si trova

ossia, per le (3),

(8) A,/=o,

equazione che sussiste anche per quella funzione che si deduce da / mutando *i* in — *i.* Dunque : *le funzioni f di w, espresse per u e v, hanno il parametro differenziale. di i° ordine eguale a* T^YQ, *e sono le sole che godano di questa proprietà.*

Supponiamo decomposta la funzione / nelle sue due parti, reale ed imaginaria, e sia / = <p 4~ x^- Sostituendo questo valore nella (8) si trova facilmente

djCp — A_x^ -[- 2ÌA_t(pJ;=z

O, donde, poiché 9 e d> sono funzioni reali, si

trae

La prima di queste due equazioni esprime (art. I) che : *le due famiglie*

di curve 9 = cost, <|> = cost. *sono fra loro ortogonali.* La seconda può scriversi (ibid.)